2019/2020

Statistique inférentielle

Contrôle continu

Calculatrice non autorisée

30 novembre 2019 – durée 45min

Exercice 1 *(8 points)*

Soit $X_1, \ldots, X_n$ $(n \geq 6)$ un échantillon aléatoire simple (**iid**) d'une population de moyenne μ et de variance σ^2. On définit les estimateurs suivants:

$$T_1 = \overline{X}_n$$
$$T_2 = \frac{2X_1 - X_6 + X_4}{2}$$

1. Calculer $E(T_1)$ et $V(T_1)$. Selon le théorème central limite, quelle est la loi de l'estimateur T_1?
2. Montrer que les estimateurs T_1 et T_2 sont des estimateurs sans biais de μ.
3. Entre T_1 et T_2 que choisir pour estimer μ.

Exercice 2 *(6 points)*

On considère la variable alétoire X de fonction de densité

$$f(x) = \frac{1}{2}(1 + \theta x), \quad -1 \leq x \leq 1$$

Proposer un estimateur de θ par la méthode de moments et démontrer qu'il est sans biais.

Exercice 3 *(6 points)*

On dit que X suit la loi de Rayleigh si sa densité est

$$f(x) = \frac{x}{\theta} e^{-x^2/2\theta}, \quad x > 0, \quad \theta > 0$$

Déterminer l'estimateur de θ par la méthode du maximum de vraisemblance.